

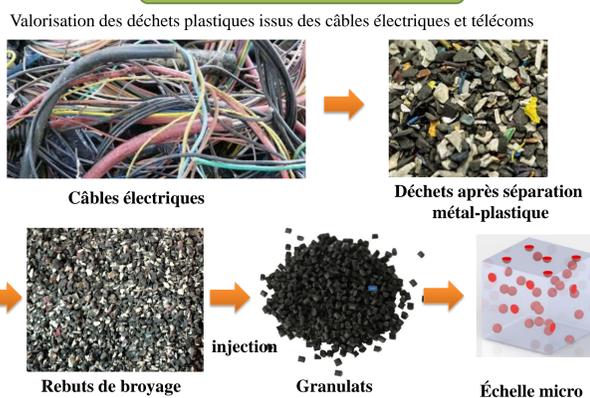
Labex SEAM

Modélisation du comportement viscoélastique linéaire et non linéaire des composites à base polymères issus du recyclage du plastique des câbles électriques et télécoms

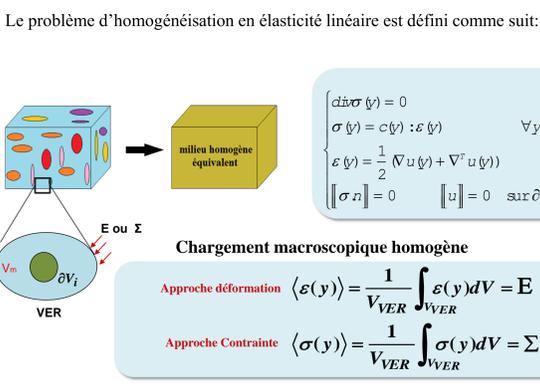
Abdelkrim CHADOU LI, Salma BARBOURA, Patrick FRANCIOSI, Jia LI

La filière du recyclage des câbles électriques et télécom doit relever un défi technologique important pour transformer en matières premières ses rebuts de broyage. La société innovante RECYPE propose un procédé de valorisation de ces déchets de câble représentant environ 60 Mtonnes/an en France. Les objectifs de ce projet sont de perfectionner les approches d'homogénéisation à champs moyens pour prévoir le comportement élastique et viscoélastique linéaire et non linéaire et (ii) de contribuer à l'optimisation du procédé de fabrication industriels en rajoutant à l'outil de modélisation des fonctions coûts permettant des choix optimaux des constituants des composites polymères issus du recyclage (PVC, PE linéaire, PE réticulé, PP, ...).

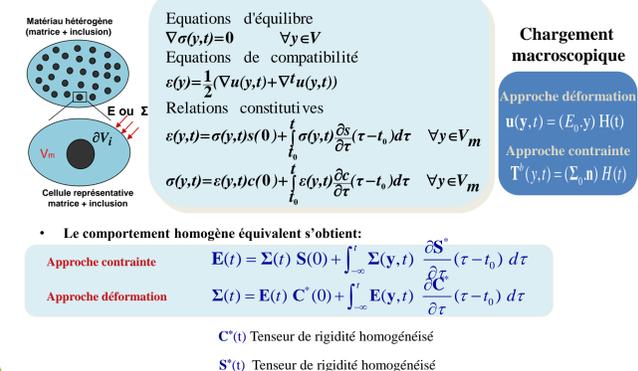
Problématique



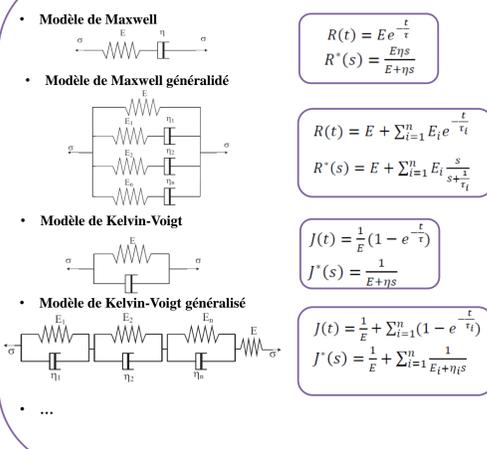
Théorie d'homogénéisation élastique



Théorie d'homogénéisation viscoélastique



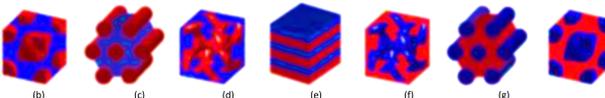
Modèles Rhéologiques



Modèles linéaire d'homogénéisation

Modèles biphasés/ dis-continu ou co-continus

Plusieurs modèles d'homogénéisation selon la microstructure



Tenseur de rigidité effective / Souplisse effective :

$$C^* = C_a + f_b (C_b - C_a) \bar{A}_b$$

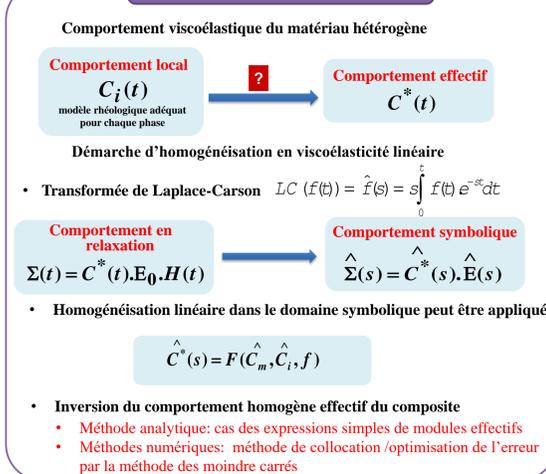
$$S^* = S_a + f_b (S_b - S_a) \bar{B}_b$$

Operator de Green $t_{ijkl}^V(r) = - \int_V \Gamma_{ik, jl}(r - r') dr'$

utilisation de la transformée de Radon pour calculer l'opérateur de Green modifié (Franciosi et Lormand 2004)

- Distribution Diluée (DD) - (Eshelby 1957) $\bar{A}_b^{DD} = (I + f_c^b : (C_b - C_a))^{-1}$
- Mori - Tanaka (MT) - (Mori et Tanaka 1987) $\bar{A}_b^{MT} = (I + f_c^b : (C_b - C_a))^{-1}$
- Autocohérent (AC) (Hill 1965) $\bar{A}_b^{AC} = (I + f_c^b : (C_b - C^*))^{-1}$
- Modèles mLS et cLS pour décrire les milieux co-continus et dis-continus (Franciosi et El Omari 2011) (configuration (c) ou (d))

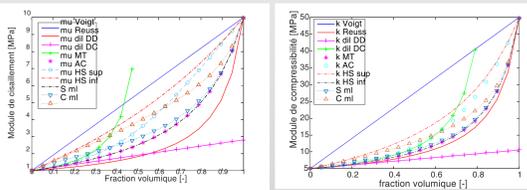
Démarche de résolution en viscoélasticité



Elasticité linéaire

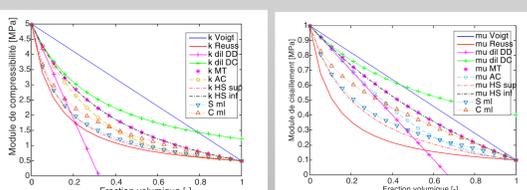
$$K_i = 10 K_m$$

$$\mu_i = 10 K_m$$



$$K_i = 1 / 10 K_m$$

$$\mu_i = 1 / 10 K_m$$



Réponse viscoélastique : fluage

Matrice viscoélastique régi par le modèle Kelvin-Voigt

$$\hat{\mu}_{mat} = \mu + \eta^k s \quad \hat{k}_{mat} = k + \eta^k s$$

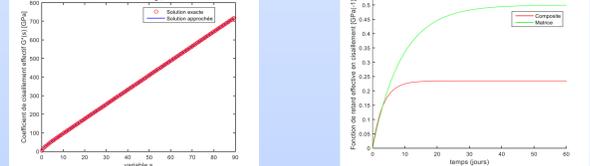
Fraction	Inclusion	Matrice
K (GPa)	0.37	0.63
μ (GPa)	100	15
η^k (GPa.jour)	20	2
η^μ (GPa.jour)	0	24
η^μ (GPa.jour)	0	18

- Coefficients homogénéisés approximatés par série de Prony
- Minimisation de l'erreur défini par somme de carrés des résidus (moindres carrés)

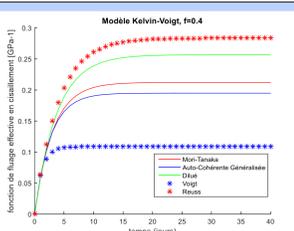
$$Coef^*_{ap}(t) = \sum_{i=1}^n R_i e^{-t/\tau_i} \quad Coef^*_{ap}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{R_i s \tau_i}{1 + s \tau_i}$$

$$\min_{R_i, \tau_i} Er^2 = \min_{R_i, \tau_i} \left[\sum_{i=1}^n (Coef^*_{ap}(s) - Coef^*(s))^2 \right]$$

Optimisation MATLAB Fonction intégrée Fminsearch



τ_0 (jours)	τ_1 (jours)	τ_2 (jours)	τ_3 (jours)	τ_4 (jours)
9	9	0.9	0.9	0.3
3.2013	7.1085	0.334	7.6979	0.7426
0.2349	0.2049	0.0328	0.1976	0.0204
$\sum R_i$ (GPa(-1))	0.2349	0.2377	0.2376	0.2577
$S^*(0)$ (GPa(-1))	0.2376			



Réponse viscoélastique : relaxation

Matrice viscoélastique régi par le modèle Maxwell

$$\hat{\mu}_{mat} = \frac{\mu \eta^k s}{\mu + \eta^k s} \quad \hat{k}_{mat} = \frac{k \eta^k s}{k + \eta^k s}$$

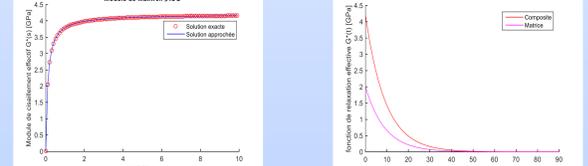
Fraction	Inclusion	Matrice
K (GPa)	0.37	0.63
μ (GPa)	100	15
η^k (GPa.jour)	20	2
η^μ (GPa.jour)	0	24
η^μ (GPa.jour)	0	18

- Coefficients homogénéisés approximatés par série de Prony
- Minimisation de l'erreur défini par somme de carrés des résidus (moindres carrés)

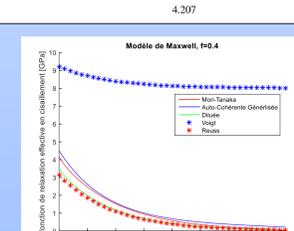
$$Coef^*_{ap}(t) = \sum_{i=1}^n R_i e^{-t/\tau_i} \quad Coef^*_{ap}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{1 + s \tau_i}$$

$$\min_{R_i, \tau_i} Er^2 = \min_{R_i, \tau_i} \left[\sum_{i=1}^n (Coef^*_{ap}(s) - Coef^*(s))^2 \right]$$

Optimisation MATLAB Fonction intégrée Fminsearch



τ_0 (jours)	τ_1 (jours)	τ_2 (jours)	τ_3 (jours)	τ_4 (jours)
9	9	0.9	0.9	0.3
9.2558	10.3598	4.0785	10.3672	4.1016
4.2032	-3.7566	0.4506	3.75123	0.45595
$\sum R_i$	4.2032	4.2072	4.2072	4.207
$\mu^*(0)$	4.207			



Conclusions

- mise en place d'une démarche numérique pour l'estimation du comportement viscoélastique des matériaux composites hétérogènes de microstructure biphasique co-continus et dis-continus ou de microstructure aléatoire se basant sur l'opérateur de Green modifié.
- Extension de cette démarche au comportement viscoélastique non linéaire est en cours pour différents configuration de microstructure.

References

- Franciosi P, Lormand G.: Using the Radon Transform to solve inclusion problems in elasticity. *Int. J. Solids and Structures*, **41**, 585-606, 2004.
- Franciosi P, Barboura S, Charles Y.: Analytical mean Green operators / Eshelby tensors for patterns of coaxial finite long or flat cylinders in isotropic matrices. *Int. J. Solids and Structures*, **66**, 1-19, 2015.
- Franciosi P, El Omari A., 2011. Effective properties of fibre and platelet systems and related phase arrangements in n-phase heterogeneous media. *Mechanics Research Communications* **38** (1), 38-44.
- Barboura (Smaoui) S., Benhamida A., Djeran-Maigre I., Dumontet H., Micro-macro approaches coupled to an iterative process for nonlinear porous media. *Computers, Materials & Continua*, vol. 4, n13, pp 153-162, 2006.
- Duc Hieu HOANG, Guy Bonnet, Fekri Meftah. Generalized self-consistent scheme for the effective behavior of viscoelastic heterogeneous media: A simple approximate solution, *European Journal of Mechanics A/Solids*. **29** (1), pp.35-49, 2013.